

Analyse des relations entre température des cours d'eau et température de l'air dans le bassin de la Seine.

Par Julie L'Heureux, 2002.

Résumé.

Dans la perspective d'éventuelles modifications climatiques affectant le fonctionnement de la Seine et de ses écosystèmes aquatiques, il serait important de disposer d'un modèle de la température des cours d'eau. Nous avons testé un modèle stochastique reliant les températures hebdomadaires de l'eau à celles de l'air.

Ce travail de maîtrise a été effectué dans le cadre de l'UMR 7619 Sisyphe à l'Université P. & M. Curie, supervisé par Agnès Ducharne, chercheur au CNRS. L'étude est centrée plus particulièrement sur vingt-neuf stations de mesures de températures de l'eau. Le modèle stochastique linéaire que nous avons testé montre des résultats très satisfaisants dans le bassin de la Seine : moyenne des coefficients de corrélation = 0.9142. Ce modèle linéaire a été comparé à un modèle non-linéaire, basé sur une courbe sigmoïde (Mosheni et al., 1998), et validé dans de nombreux bassins d'Amérique du Nord. Nous n'avons pas pu montrer d'amélioration par rapport à la régression linéaire ce qui s'explique sans doute par la plus faible amplitude thermique du climat français. Ces résultats devront toutefois être confirmés en raison de la faible fréquence de mesure des températures de l'eau utilisées pour cette étude.

Mots clés : température de l'eau et de l'air, modélisation stochastique, bassin de la Seine, régression linéaire et non-linéaire, changements climatiques.

1. Introduction

Dans la perspective d'éventuelles modifications climatiques affectant le fonctionnement de la Seine et de ses écosystèmes aquatiques, il serait important de disposer d'un modèle de la température des cours d'eau. En effet, la température de l'eau affecte de nombreux processus comme la croissance des différentes populations planctoniques (phytoplancton, zooplancton, bactéries), de nombreuses réactions biochimiques (ex : nitrification, respiration, photosynthèse, etc.) ou la concentration en oxygène de l'eau. De nombreux modèles existent dans la littérature pour décrire la température de l'eau en fonction des conditions environnementales. Ils se subdivisent essentiellement entre

modèles déterministes et modèles stochastiques et seront présentés brièvement dans la section 2. Après la sélection des données indispensables à cette étude ainsi que leur analyse préliminaire (section 3 et 4), nous tenterons ensuite de relier les facteurs qui influencent nos résultats en section 5. Nous avons ensuite procédé à des régressions linéaires pour trouver notre relation stochastique (section 6). En section 7, nous avons utilisé un modèle non-linéaire, basé sur une courbe sigmoïde (Mosheni et al., 1998), pour mettre en lumière nos résultats et justifier les choix pris lors de cette étude. Finalement, nous avons tenté d'évaluer l'importance du phénomène d'hystérésis en section 8.

2. Présentation des travaux antérieurs sur cette problématique

L'équipe de l'INRS-EAU (Marceau et al., 1986) propose une comparaison de deux types de modèles pouvant être utilisés pour l'étude du régime thermique des rivières. D'un côté, les modèles stochastiques sont basés sur des corrélations (ou autocorrélation) entre variables. Ils ont l'avantage d'être faciles à mettre en œuvre, et de nécessiter peu de variables, bien qu'ils exigent de longues séries d'observations. Au contraire, les modèles déterministes nécessitent un nombre élevé de variables telles que la radiation solaire, la vitesse du vent, le débit, l'humidité de l'air, etc. Ils nécessitent aussi une très bonne connaissance de l'hydraulique du cours d'eau étudié. L'étude comparative de Marceau et al. (1986) ne montre aucune prédominance entre ces deux modèles. C'est donc à l'utilisateur de choisir, selon ses objectifs et les données disponibles, le modèle le mieux adapté. Il apparaît néanmoins que la température de l'air constitue la variable d'entrée essentielle.

Mohseni et Stefan (1998) ont publié : A nonlinear regression model for weekly stream temperatures. Leurs études ont pour but d'évaluer l'effet global des changements climatiques sur les écosystèmes de l'eau douce. L'objectif, est de concevoir une méthode pour prévoir la température moyenne hebdomadaire d'un cours d'eau pour le climat actuel et pour un scénario climatique reposant sur un doublement de la concentration en CO₂. Ils proposent plusieurs méthodes d'estimation de la température de l'eau et soulignent que la plus simple est l'utilisation de la régression linéaire entre les températures de l'eau et de l'air (Stephan et Preud'homme, 1993). Toutefois, cette fonction linéaire de la température de l'air n'est pas suffisante pour déterminer la température de l'eau durant toute l'année, notamment pour les températures les plus extrêmes. Ces chercheurs se sont donc penchés sur la problématique des deux

extrémités (températures les plus chaudes et les plus froides de l'eau et de l'air) de la courbe qui présentent une variation non-linéaire, et ont abouti à une fonction sigmoïde. Mohseni et al. (1998) ont aussi distingué la période de réchauffement de celle de refroidissement (phénomène d'hystérésis). Une relation stochastique a pu être établie grâce à l'enregistrement de mesures de températures de l'eau (prises au moins quatre fois par semaine) sur une période de trois ans (1978-1980) dans les 584 stations du USGS couvrant l'ensemble du territoire américain.

Enfin, Caissie et al. (1998) ont testé les deux types de modèles utilisés, stochastiques et déterministes, et ils ont choisi d'appliquer la fonction de Mohseni et al. 1998 pour modéliser la température journalière maximale de l'eau d'une rivière (la Catamaran Brook, au Nouveau-Brunswick) en utilisant les données de température de l'air.

3. Sélection des données

Nous avons utilisé des données de température d'air fournies par Météo-France sur la période d'acquisition 1993 à 1999. En raison de nombreuses interruptions, différentes interpolations linéaires ont été réalisées, avant mon stage, pour obtenir des séries complètes. Cette manipulation a fourni des données de température de l'air à fréquence horaire qui s'échelonnent sur sept années consécutives (1993-1999). Le nombre de stations sur l'ensemble du territoire du bassin de la Seine varie de 79 en 1993 à 99 en 1999.

Pour ce qui est des températures de l'eau, elles nous ont été fournies par le Réseau National de Bassin. Peu de mesures ayant été réalisées sur la période 1993-1999, nous avons dû faire un tri par un critère de sélection quantitatif ; les stations retenues devaient posséder au moins douze données par an. En effet, la collecte de données a été faite sporadiquement dans le temps et les séries étaient tellement discontinues qu'il était impossible de les extrapoler. Nous connaissons la date de la prise de mesure et nous présumons, par ailleurs, que les mesures ont été effectuées de jour.

Nous aurions pu utiliser l'ensemble des données de températures d'eau ainsi sélectionnées mais, nous avons préféré faire une étude plus approfondie sur moins de stations. Les sous-bassins de l'Oise-2 et de la Seine-4 (localisés en carte 1) nous ont semblé particulièrement intéressants. Ils satisfaisaient notre contrainte quantitative sur le nombre de données par an, et montraient une diversité dans la composante des

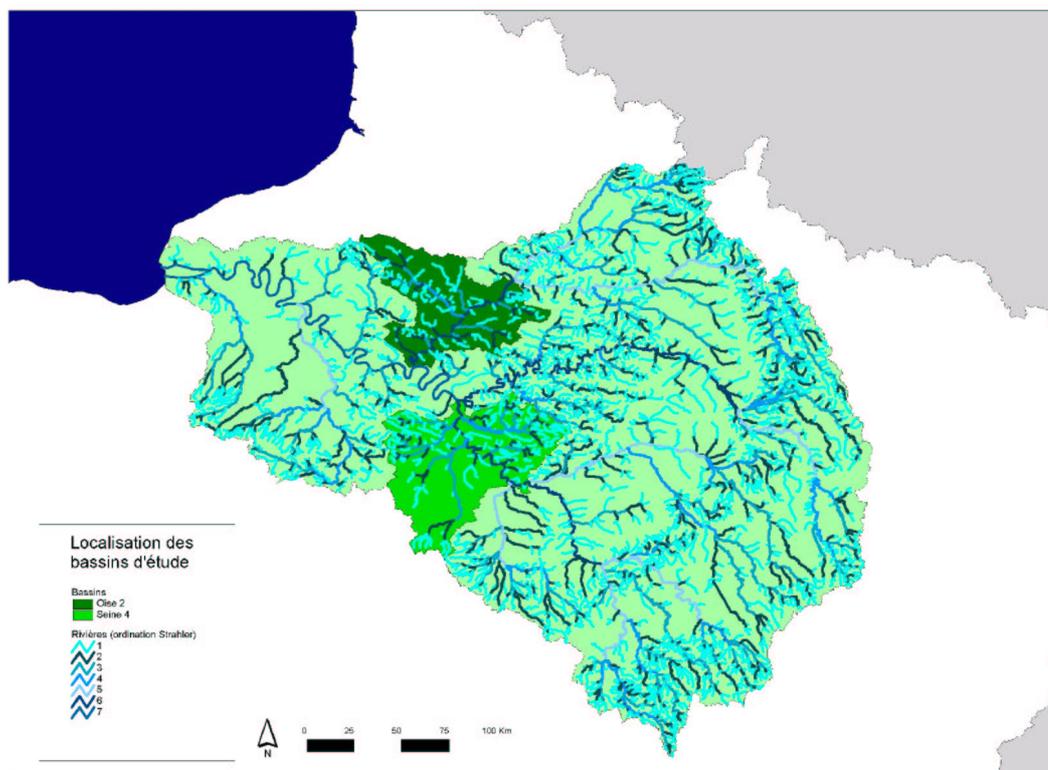
ordres de Strahler (1-4, 6). Par la suite, nous avons associé les stations de température de l'eau avec les stations de température de l'air les plus proches. Nous formons ainsi, treize couples pour le bassin de l'Oise-2 et seize couples pour le bassin Seine-4. Parmi ceux-là, 6 couples ont été rejetés car les températures de l'eau ne couvraient pas assez d'année. (Tableau 1).

Bassin	Couple	Station Température Eau	Station Température Air	Ordre Strahler	Longueur amont (m)
Oise 2	1	165020	60639001	4	59737
Oise 2	2	163000	60175001	3	47477
Oise 2	3	134000	60537001	3	37809
Oise 2	4	134800	60175001	3	33877
Oise 2	5	134730	60175001	2	8331
Oise 2	6	167820	60175001	3	28276
Oise 2	7	168035	60175001	3	43121
Oise 2	8	137685	95660002	3	30654
Oise 2	9	138000	95134001	6	424413
Oise 2	10	138390	95134001	1	12293
Oise 2	11	167000	95134001	3	16383
Oise 2	12	140400	95078001	2	17783
Oise 2	13	141490	95306001	6	456262
Seine 4	14	78510	77192002	3	22344
Seine 4	15	78600	77306001	4	68064
Seine 4	16	51500	77306001	1	7515
Seine 4	17	48000	77186002	6	342094
Seine 4	18	79150	91027002	4	rejeté
Seine 4	19	63000	91027002	6	rejeté
Seine 4	20	73000	91027002	4	rejeté
Seine 4	21	77000	91027002	3	rejeté
Seine 4	22	76000	78621001	2	14741
Seine 4	23	71550	91103001	4	35033
Seine 4	24	69000	91103001	4	52031
Seine 4	25	47490	91184001	1	13565
Seine 4	26	66000	91184001	3	59427
Seine 4	27	65000	91184001	2	20804
Seine 4	28	75000	91200002	3	rejeté
Seine 4	29	68800	91200002	3	rejeté

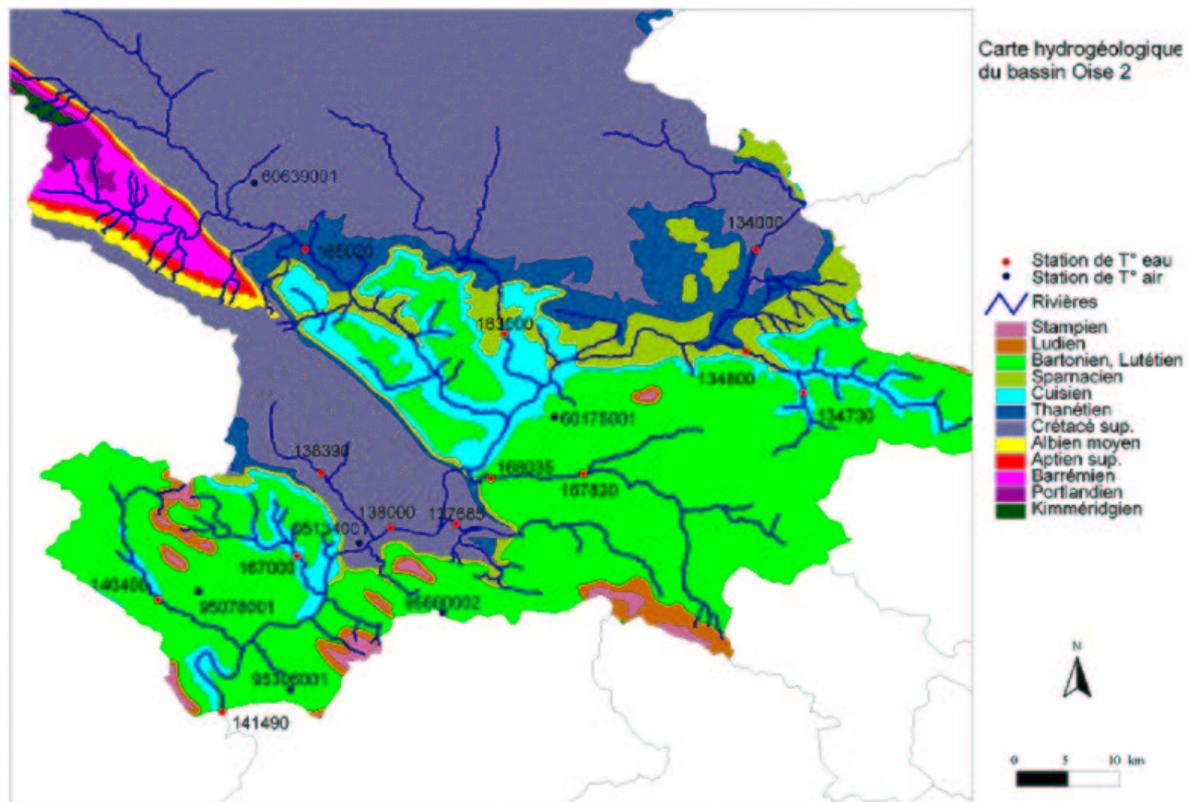
Tableau 1. Liste des stations couplées sur Oise-2 et Seine-4 et leurs caractéristiques respectives.

Les cartes 1 et 2 localisent, dans les sous-bassins de l'Oise-2 et de Seine-4 respectivement, les 29 stations de température de l'eau (points rouges) et les 15 stations de température de l'air qui leur sont couplées (points bleus). Ces cartes montrent aussi les formations géologiques qui affleurent dans les sous-bassins. Dans le sous-bassin de l'Oise-2, la Craie (Crétacé supérieur) affleure sur une large portion du bassin au nord ; elle est aquifère dans sa portion altérée (une cinquantaine de mètres d'épaisseur). Cette formation est recouverte au sud par des formations plus récentes du Tertiaire, plus particulièrement, celle du Bartonien, Lutécien (Eocène) présentant une alternance de couches perméables et imperméables (épaisseur d'environ 40 à 50 mètres, d'après Mégnién, 1980).

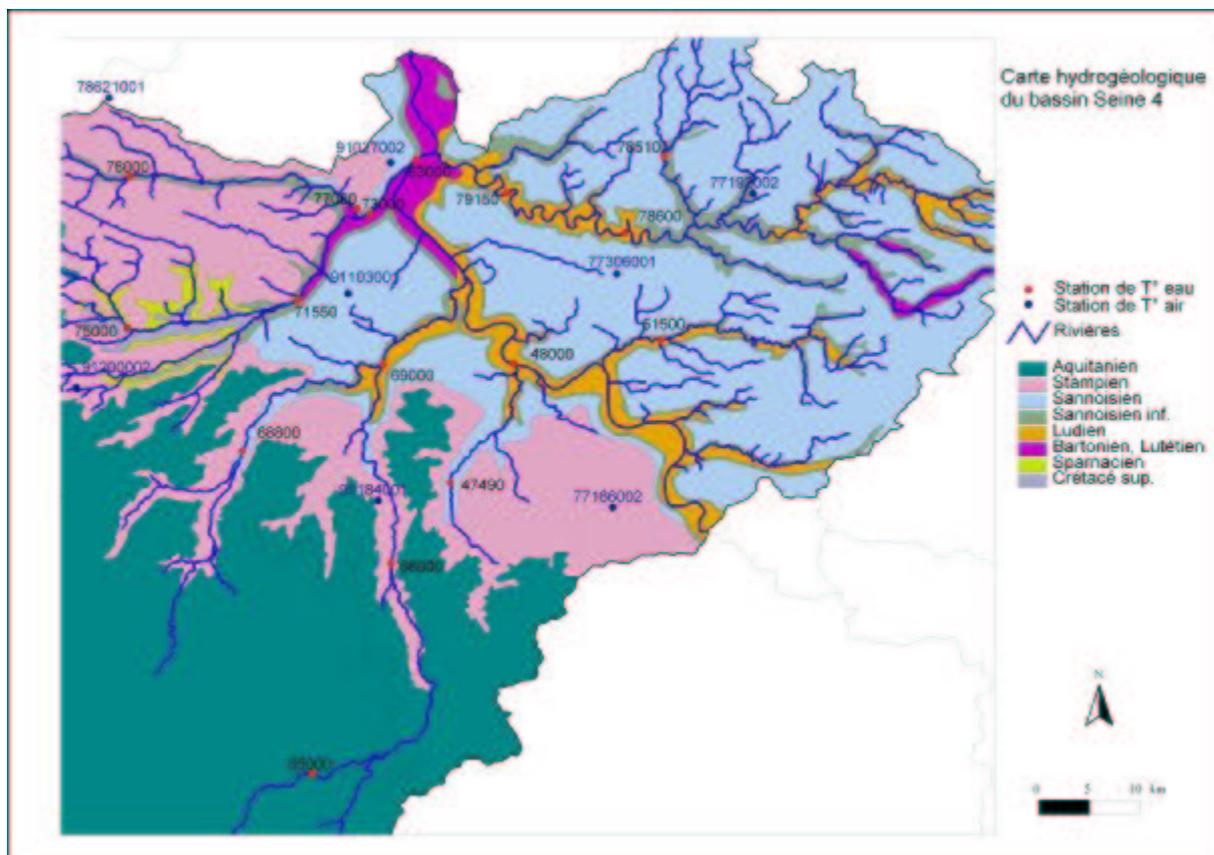
Dans la Seine-4, les formations affleurantes sont essentiellement du Tertiaire. Elles correspondent plus précisément au Sannoisien, Stampien, Aquitanien (Oligocène) et sont donc plus récentes que celles trouvées dans l'Oise-2. Mégnien (1980) indique une épaisseur de 20 à 70 mètres pour les sables de Fontainebleau (Stampien) et une épaisseur très variable, au maximum de 40 mètres pour les sables de l'Orléanais (Aquitanien).



Carte 1 : localisation des sous-bassins de l'Oise-2 et Seine-4



Carte 2.1. Carte hydrogéologique de l'Oise-2 montrant les stations de prélèvements de l'eau et d'air



Carte 2.2 Carte hydrogéologique de la Seine-4 montrant les stations de prélèvements de l'eau et d'air.

4. Analyses préliminaires

Nous avons construit vingt-neuf graphiques comportant le temps en abscisse et les températures en ordonnée. Nous avons séparé la température de l'air en trois séries distinctes: la température moyenne journalière en bleu, la température maximale journalière en rouge et la température minimale journalière en vert. Ensuite, nous avons inséré ponctuellement les données de température de l'eau représentées par des points noirs. Depuis ces graphiques, nous avons pu distinguer trois grands groupes de relation entre température de l'eau et température de l'air, illustrés par les figures 1.a, 1.b et 1.c:

Groupe 1: Les températures ponctuelles de l'eau correspondent bien aux températures moyennes journalières de l'air.

Groupe 2: Les températures ponctuelles de l'eau sont plus froides en été et plutôt plus chaudes en hiver que les températures moyennes journalières de l'air.

Groupe 3: Les températures ponctuelles de l'eau correspondent bien aux températures moyennes journalières de l'air en été mais tendent à être plus chaudes en hiver.

Le tableau ci-dessous donne la localisation des couples correspondant aux trois groupes. Il est intéressant de noter que le groupe 2 appartient exclusivement à l'Oise-2, et que le groupe 3 appartient exclusivement à la Seine-4. Une analyse de ces regroupements est tentée en section suivante.

Groupe 1	Oise-2 : 1, 3, 5, 7, 8, 9, 13 Seine-4 : 14, 15, 16, 17, 22, 26
Groupe 2	Oise-2 : 2, 4, 6, 12
Groupe 3	Seine-4 : 23, 24, 25, 27

couple 7

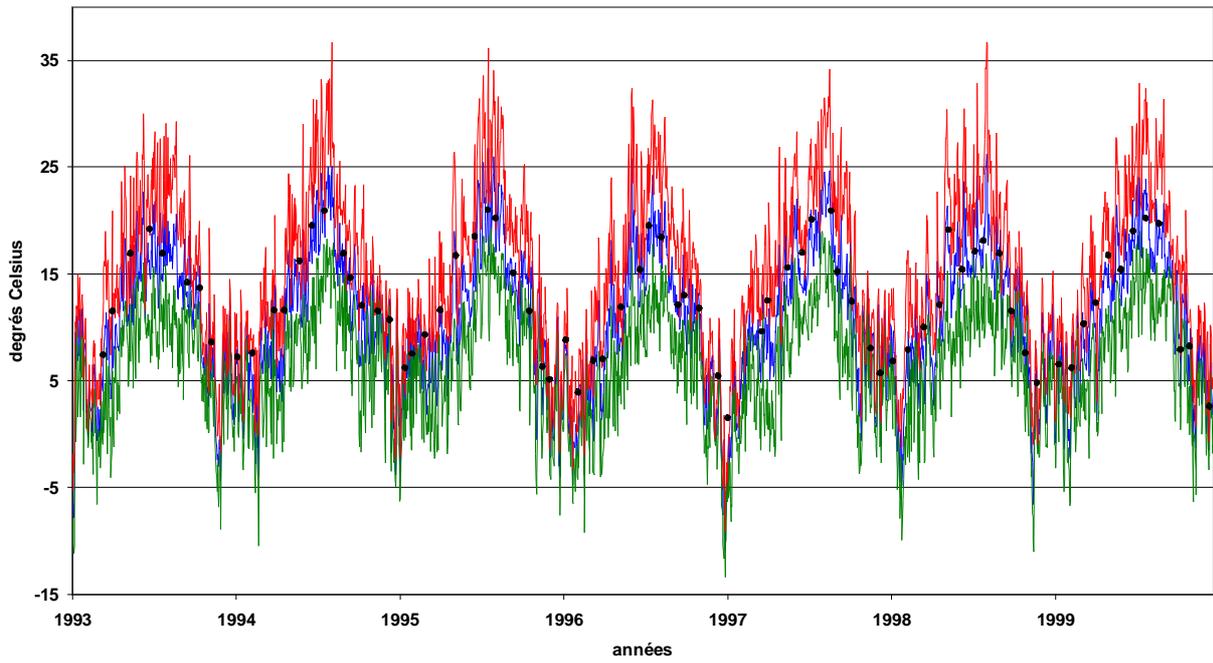


Figure 1.a : Graphique représentant un exemple du groupe 1

couple 6

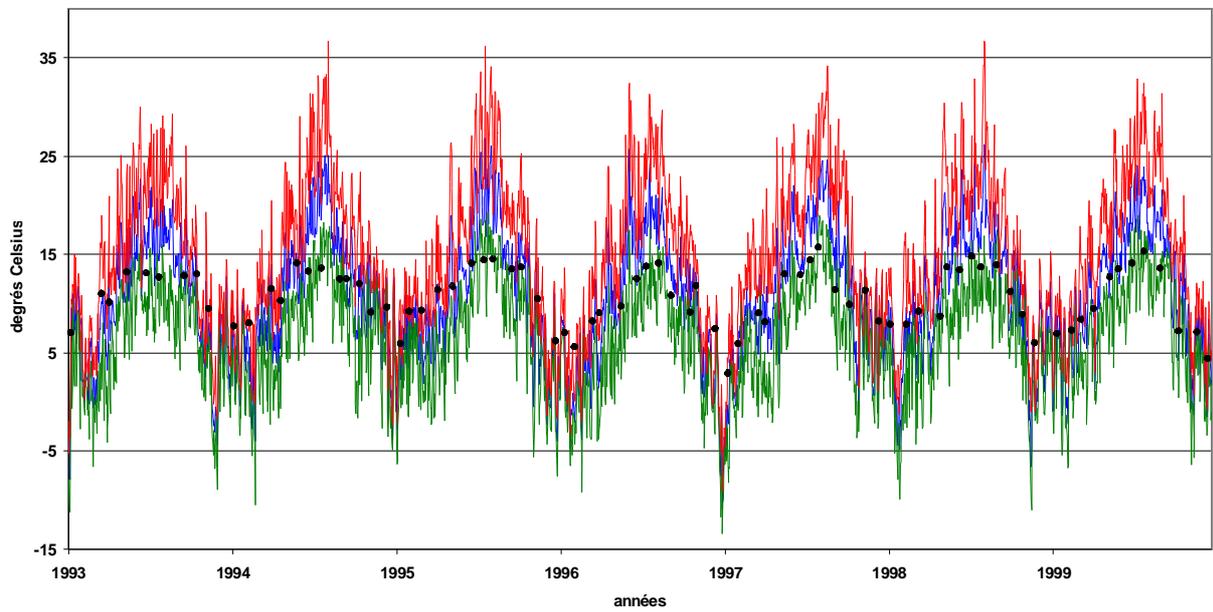


Figure 1.b : Graphique représentant un exemple du groupe 2

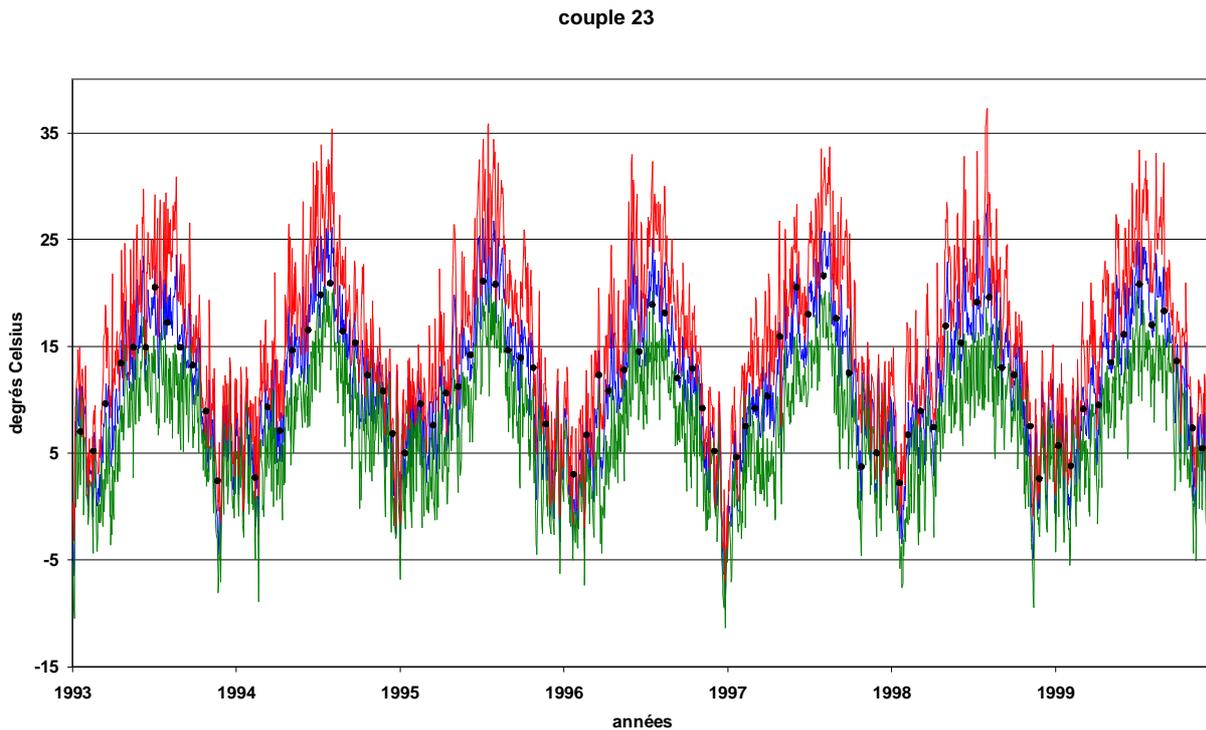


Figure 1.c : Graphique représentant un exemple du groupe 3

5. Facteurs explicatifs de ces résultats

Les variations de température de l'eau sont directement reliées aux bilan d'énergie de la masse d'eau. Dans un cours d'eau on peut écrire ce bilan de la façon suivante :

$$dTe/dt \propto Hrs + Hla - Hle - Hé + Hs + Hp + Hc$$

Dans cette équation, dTe/dt représente la variation temporelle de température de l'eau et les autres notations ont la signification suivante:

- **Hrs** est le rayonnement solaire absorbé par la surface de l'eau,
- **Hla** est le rayonnement de grandes longueurs d'ondes provenant de l'atmosphère,
- **Hle** est le rayonnement de grandes longueurs d'ondes émis par la surface de l'eau,
- **Hé** est le flux de chaleur dû à l'évaporation (chaleur latente de vaporisation),

- **H_s** est le flux de chaleur sensible transmis à l'atmosphère par contact avec la surface de l'eau,
- **H_p** est le flux de chaleur dû aux précipitations,
- **H_c** est le flux de chaleur par convection, lié aux apports de chaleur par le débit de base et aux transports de chaleur le long du gradient amont/aval.
- Le flux de chaleur diffusif à travers les berges est négligeable par rapport aux autres termes.

Plusieurs facteurs peuvent modifier les différents flux donc, expliquer des différences entre de comportement entre les groupes. L'enneigement, le vent et l'humidité relative peuvent influencer la température des cours d'eau, en jouant sur le rayonnement, l'évaporation, ou le flux de chaleur sensible. Cependant il ne semble pas y avoir de différence majeures entre les deux sous-bassins qui sont très proche et soumis au même climat océanique. On a vérifié en particulier que la température de l'air variait dans la même gamme.

Les aquifères sous-jacents des cours de l'eau peuvent eux aussi modifier le bilan énergétique des rivières en transférant la chaleur de l'encaissant à travers ceux-ci ou par la pluie efficace qui s'infiltre dans la nappe. Selon Stephan (1992) ce facteur est significatif pour déterminer les températures de l'eau de façon horaire et quotidienne mais est négligeable sur de plus longue échelle de temps. Les ordres de Strahler peuvent aussi engendrer des différences de température . En effet, les ordres plus petits ne sont influencés que par leur source tandis que ceux de plus grand ordre dépendent de plusieurs cours de l'eau en amont de ceux-ci.

Revenons maintenant aux graphiques 1.a, 1.b et 1.c. Le premier montre bien que les températures de l'eau suivent parfaitement la courbe de la moyenne journalière des températures de l'air. Nous pouvons même remarquer que si la température de l'air varie brusquement, la température de l'eau s'ajuste rapidement. Il n'y a donc presque aucun déphasage entre les deux séries de données. Une bonne corrélation est obtenue entre les températures des deux milieux, nous permettant d'imaginer qu'une régression linéaire est envisageable pour décrire la dynamique du phénomène observé. Cette corrélation semble assez générale car elle n'est pas altérée par les différences d'ordre Strahler : les ordres retrouvés dans le groupe 1 représentent tout l'éventail des ordres

connus sur le territoire de notre étude. De même, presque tous les couples sont postés sur des nappes différentes.

Nous pouvons remarquer que le groupe 2 se définit par quatre couples d'ordre Strahler 2 et 3 qui proviennent exclusivement du bassin de l'Oise-2. Les graphiques révèlent une faible amplitude thermique entre deux saisons extrêmes (l'été et l'hiver). Nous pensons à plusieurs hypothèses pour expliquer ce phénomène : l'ombrage par les ripisylves peut limiter le réchauffement estival mais nous n'avons malheureusement pas pu collecter d'informations à ce sujet ; les ordres Strahler, mais ils présentent là encore une grande diversité. Les réservoirs aquifères qui affleurent pour ce groupe se situent dans le Tertiaire entre le Cuisien et le Bartonien mais nous n'avons pas pu trouver sur cette base d'explications rationnelles pour les différences avec les groupes 1 et 3.

Pour le groupe 3, le phénomène des températures chaudes en hiver demeure présent. En plus, les couples ressortis font exclusivement partie du bassin Seine-4. Par contre, ils présentent une forte diversité selon leurs ordres Strahler. Les nappes affleurantes sont elles aussi très différentes les unes des autres.

Comme nous l'avons mentionné, le nombre restreint de données de température de l'eau et la concentration géographique des stations limitent la précision des informations nécessaires à l'élaboration du modèle. Nous avons tout de même tenté d'exploiter ces données pour élaborer une relation stochastique entre la température de l'eau et celle de l'air.

6. Corrélation linéaire

Afin d'élaborer cette relation stochastique entre température de l'eau et température de l'air, nous avons examiné la régression linéaire entre ces variables pour chaque couple sélectionné. Nous avons utilisé les données brutes de température de l'air, mais nous les avons aussi lissées pour avoir plusieurs pas de temps différents. Voici la liste des moyennes testées:

- T°C_air minimum pour le jour considéré J
- T°C_air maximum sur le jour J
- T°C_air moyenne sur le jour J
- T°C_air moyenne sur le jour J, pendant huit heures seulement (9hr à 17hr)

- T°C_air moyenne sur les 3 jours centrés sur le jour J
- T°C_air moyenne sur les 5 jours centrés sur le jour J
- T°C_air moyenne sur les 7 jours centrés sur le jour J
- T°C_air moyenne sur les 9 jours centrés sur le jour J
- T°C_air moyenne sur les 11 jours centrés sur le jour J
- T°C_air moyenne sur les 15 jours centrés sur le jour J
- T°C_air moyenne sur les 31 jours centrés sur le jour J

Les régressions linéaires ont été exécutées sur les vingt-trois stations couplées, six ayant été rejetées en l'absence de données suffisantes. Les meilleures analyses furent celles qui se situaient entre des températures de l'air moyenne de cinq à quinze jours centrés sur le jour J. Notre choix s'est porté sur la température de l'air moyenne sur neuf jours centrés sur le jour J car elle révélait un bon coefficient de corrélation et pouvait être comparée ou utilisée en partenariat avec le modèle Sénèque (modèle du fonctionnement écologique de la Seine, nécessitant des données de température de l'eau au pas de temps de 10 jours; Billen et al., 1994). Deux exemples représentatifs sont fournis par les figures 2.a. et 2.b.

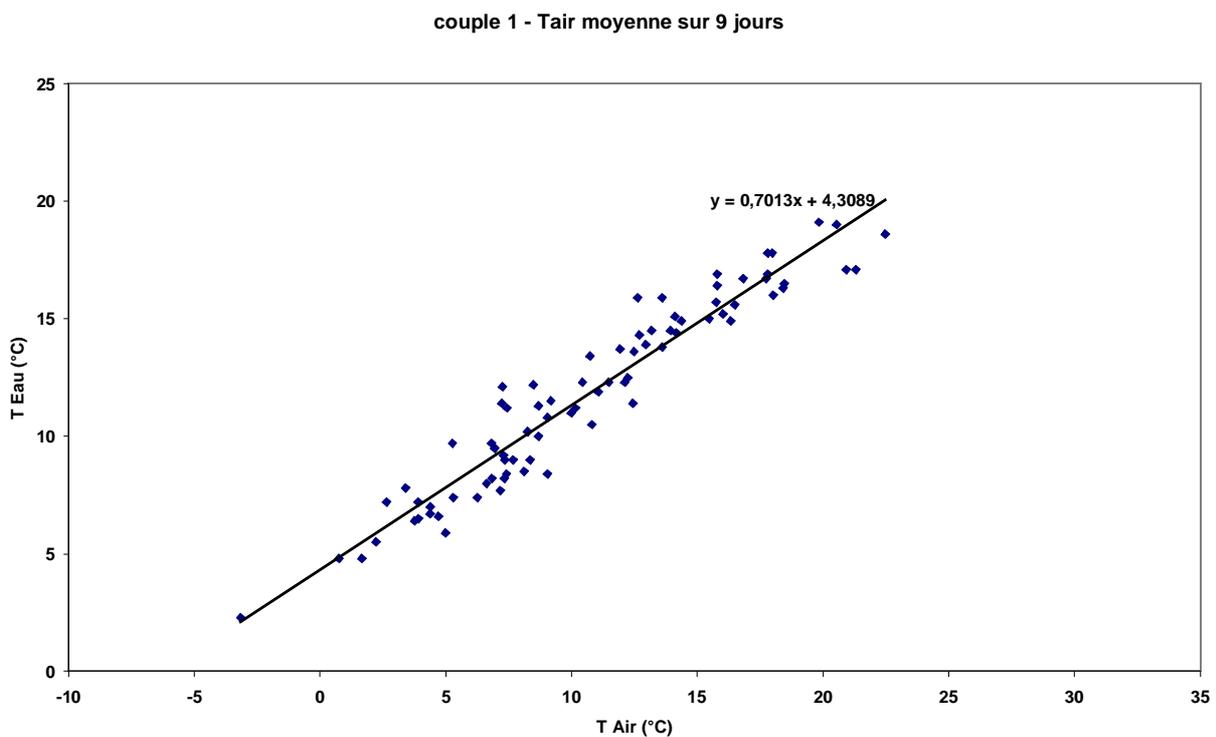


Figure 2.a : Régression linéaire du couple 1, très fort coefficient de corrélation :0.9616

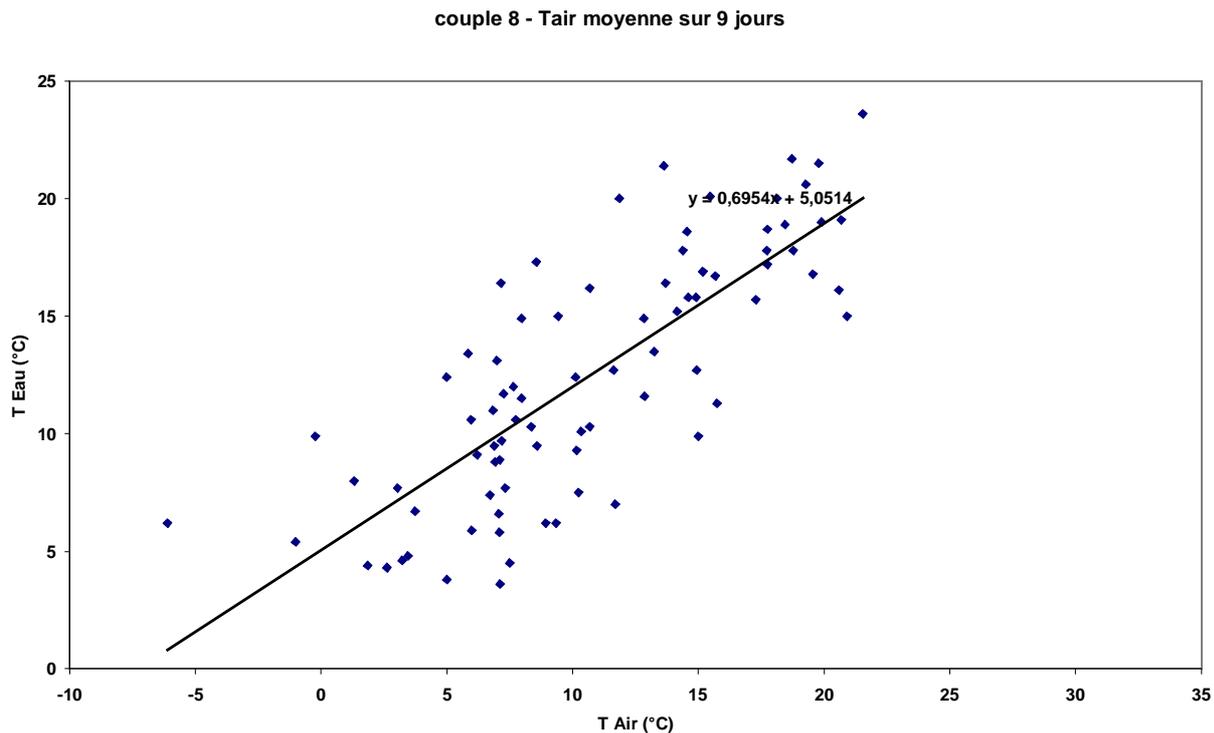


Figure 2.b :Régression linéaire du couple 8, faible coefficient de corrélation :0.7870

Couple	Coefficient de corrélation	Equation $y=mx+b$
1	0,9616	$y = 0,7009x + 4,3154$
2	0,9619	$y = 0,6713x + 4,3309$
3	0,9594	$y = 0,9654x + 1,6536$
4	0,9536	$y = 0,6944x + 3,468$
5	0,9110	$y = 0,4807x + 5,4437$
6	0,9600	$y = 0,7526x + 3,4602$
7	0,9656	$y = 0,7526x + 3,4602$
8	0,7870	$y = 0,6954x + 5,0514$
9	0,8432	$y = 0,8196x + 3,4518$
10	0,7699	$y = 0,2896x + 8,003$
11	0,7739	$y = 0,4648x + 6,1507$
12	0,9630	$y = 0,6863x + 4,2271$
13	0,9597	$y = 0,9813x + 1,797$
14	0,8205	$y = 0,7598x + 3,3501$
15	0,9688	$y = 0,9525x + 1,3865$
16	0,9465	$y = 0,9007x + 1,4164$
17	0,8887	$y = 0,9777x + 2,9665$
22	0,9665	$y = 1,0448x + 0,495$
23	0,9671	$y = 0,8729x + 1,6118$
24	0,9760	$y = 0,8445x + 2,8796$
25	0,8648	$y = 0,5319x + 6,1395$
26	0,9431	$y = 0,8569x + 2,526$
27	0,9113	$y = 0,6878 + 6,2988$
Moyenne	0,9142	

Tableau 2. : Les vingt-trois couples retenus, coefficients de corrélation entre température de l'eau et moyenne sur 9 jours de la température de l'air, et équations de droite des corrélation linéaires correspondantes.

Des vingt-trois stations sélectionnées, 48% montrent un coefficient de corrélation supérieur à 0.95, 65% montrent un coefficient de corrélation supérieur à 0.90, et toutes les stations (23) ont un coefficient de corrélation d'au moins 0.75 (tableau 2).

Presque tous les couples illustrent une tendance en forme de S (léger palier correspondant aux températures les plus basses et les plus chaudes; exemples en Figure 2.a pour les fortes températures, et en Figure 2.b. pour les faibles températures). Cependant, comme nous l'avons mentionné, le climat tempéré de la France ne montre aucune température extrême pouvant bien représenter ces paliers qui modulent particulièrement cette forme.

7. Corrélation non linéaire

Le modèle de régression linéaire simule efficacement la température de l'eau lorsque les températures de l'air sont au-dessus de 0°C. Toutefois, si les températures de l'air sont très froides, mais aussi très chaudes, la relation n'est plus applicable. Ce phénomène s'explique comme suit : à mesure que la température de l'air augmente, la capacité de rétention d'humidité de l'atmosphère augmente exponentiellement (loi de Clausius-Clapeyron) ; ceci favorise l'évaporation dont l'action est de refroidir la masse d'eau. Ainsi, la masse d'eau se refroidit davantage et la température de l'eau n'augmente plus linéairement avec la température de l'air (elle tend vers une asymptote). Symétriquement, lorsque la température de l'air descend en dessous de 0°C, la température de l'eau refroidit moins vite que celle de l'air à cause de l'action du gel. Il est également possible que ces faibles températures puissent être affectées par le déversement d'un réservoir ou par l'apport d'eau souterraine. C'est donc pourquoi l'utilisation d'une fonction sigmoïde, avec un palier à chaque extrémité, représente très bien le comportement de la température de l'eau en fonction de la température de l'air.

7.1. Explication de l'équation de *Mosheni et al. (1998)*

Les recherches de Mosheni et al. (1998) reposent sur la formulation d'une équation de type sigmoïde permettant de modéliser des températures de l'eau en fonction des températures de l'air. Ils ont testé plusieurs fonctions représentant une forme en S, telles que: Gompertz, Richards, Morgan-Mercer-Flodin et Weibull. Toutes ont été jugées insatisfaisantes. De plus, elles présentaient trois ou quatre degrés de liberté chacune. La raison principale du choix de la fonction logistique:

$$T_e = \mu + (\alpha - \mu) / (1 + \exp(\beta (\gamma - T_a)))$$

réside dans la facilité de la détermination du point d'inflexion et dans la signification physique des paramètres. La facilité d'utilisation et la bonne qualité d'exploitation ont orienté notre choix vers ce modèle. Il est applicable pour les proportions actuelles de CO₂ dans l'atmosphère, et sous des climats contrastés, et reste efficace jusqu'à un taux de CO₂ deux fois supérieur à celui d'aujourd'hui, ce qui correspond à l'un de nos objectifs, qui est de pouvoir simuler les changements thermiques des cours de l'eau du bassin de la Seine en fonction des changements climatiques. Enfin, la méthode respecte nos objectifs dans le choix des paramètres et présente, dans l'étude de Mosheni (1998), un faible taux d'erreurs soit : 99% d'intervalle de confiance sur 89% des stations d'eau étudiées.

7.2. Détermination de l'équation de Mosheni et al. (1998)

Ce modèle régressif non linéaire, température de l'eau/ température de l'air découle d'une formulation mathématique utilisant quatre variables et deux inconnues. Voici les étapes de la détermination de l'équation.

T_e : température de l'eau

T_a : température de l'air

1) α et μ se déterminent visuellement, et donnent les valeurs α_0 et μ_0

2) il ne reste que 2 inconnues : β et γ que l'on cherche à isoler, comme suit:

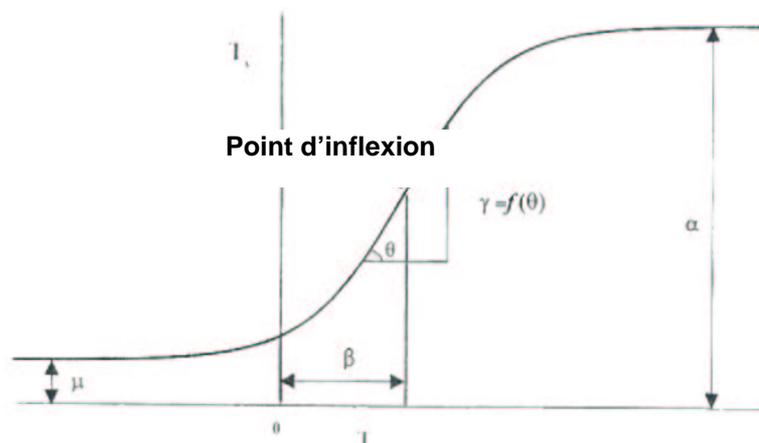


Figure 3: Illustration de la fonction logistique de Mosheni et al. (1998).

$$\begin{aligned}
 Te &= mu + \frac{\alpha - mu}{1 + e^{\gamma(\beta - Ta)}} \\
 Te &= mu_0 + \frac{\alpha_0 - mu_0}{1 + e^{\gamma(\beta - Ta)}} \\
 \frac{Te - mu_0}{\alpha_0 - mu_0} &= \frac{1}{1 + e^{\gamma(\beta - Ta)}} \\
 \frac{\alpha_0 - mu_0}{Te - mu_0} &= 1 + e^{\gamma(\beta - Ta)} \\
 \frac{\alpha_0 - mu_0}{Te - mu_0} - 1 &= e^{\gamma(\beta - Ta)} \\
 \ln\left(\frac{\alpha_0 - mu_0}{Te - mu_0} - 1\right) &= \gamma(\beta - Ta) \\
 \ln\left(\frac{\alpha_0 - mu_0}{Te - mu_0} - 1\right) &= \gamma\beta - \gamma Ta
 \end{aligned}$$

3) Finalement, on trouve $y = g(Ta)$

où g est une fonction linéaire de Ta , et où y est une fonction de Te , α_0 et μ_0 .

On cherche donc une régression linéaire entre $x=Ta$ et la fonction $y = f(Te)$

$$y = Ax + B$$

4) Comme la pente est $A = -\gamma$, et l'ordonnée à l'origine est $B = \gamma\beta$, on obtient aisément γ et β .

7.3. Application

Nous voulons maintenant chercher un cas où ce modèle serait à même de bien fonctionner. Nous avons choisi le couple 5 (Figure 4, absente), qui a un coefficient de corrélation moyen (0.9110) et présente un palier de type asymptote, bien marqué pour les fortes températures.

Figure 4. Couple 5 représenté par un plot des températures de l'eau correspondant aux températures de l'air moyenne sur 9 jours ainsi que son équation de droite respective.

Pour identifier α_0 et μ_0 , nous avons examiné trois cas, qui correspondent à trois paliers arbitrairement définis à la main.

Premier calcul :

1) $\mu_0 = 5$ et $\alpha_0 = 17$ $\alpha_0 - \mu_0 = 12$

2) $y = \ln\left(\frac{12}{Te - 5} - 1\right) = \text{gamma beta} - \text{gamma Ta}$

3) $y = -0,1893x + 2,2253$

Coefficient de corrélation entre y et Ta = 0.8992

4) D'où $\gamma = 0.1893$ et $\beta = 11.75$

$$Te = 5 + \frac{12}{1 + e^{0.1893(11.75 - Ta)}}$$

Deuxième calcul :

1) $\mu_0 = 3$ et $\alpha_0 = 17$ $\alpha_0 - \mu_0 = 14$

2) $y = \ln\left(\frac{14}{Te - 3} - 1\right) = \text{gamma beta} - \text{gamma Ta}$

3) $y = -0.1533x + 1.4378$

Coefficient de corrélation entre y et Ta = 0.9110

4) D'où $\gamma = 0.1533$ et $\beta = 9.3790$

Troisième calcul :

1) $\mu_0 = 3$ et $\alpha_0 = 16$ $\alpha_0 - \mu_0 = 13$

2) $y = \ln\left(\frac{13}{Te - 3} - 1\right) = \text{gamma beta} - \text{gamma Ta}$

3) $y = -0,1803x + 1.4921$

Coefficient de corrélation entre y et Ta = 0.9055

4) D'où $\gamma = 0.1803$ et $\beta = 8.2757$

En conclusion, nous observons que dans le cas étudié (couple 5), on ne gagne pas en coefficient de corrélation entre y et Ta par rapport au coefficient de corrélation linéaire entre Te et Ta (0.9110). Les coefficients de corrélation entre y et Ta restent cependant élevés. Les paliers sont ici trop peu marqués pour valider cette fonction.

Ces résultats, qui semblent montrer qu'une régression linéaire est suffisante dans le bassin de la Seine, doivent cependant être regardés avec précaution. En effet, la

comparaison entre une relation linéaire et logistique entre température de l'air et température de l'eau n'a été réalisée que pour un seul couple (mais les paliers sont peu prononcés pour l'ensemble des couples). En fait, les conditions climatiques sont très différentes entre les Etats-Unis et la France. Il est donc difficile de tester convenablement les bornes inférieures et supérieures de cette fonction. Comparativement à l'étude qui fût menée sur l'ensemble du territoire américain qui abrite plusieurs climats (d'aride à boréal) la situation du bassin de la Seine est relativement différente : aucune température de l'air relevée n'est inférieure à -5 °C ou supérieure à 30 °C . Néanmoins, ceci pourrait changer dans un contexte de réchauffement planétaire (qui fait désormais l'objet d'un consensus fort de la part de la communauté scientifique; IPCC, 2001), rendant plus utile la fonction de Mosheni.

7.4. Autres fonctions testées

Afin de nous assurer que la méthode employée pour cette étude était la plus adéquate, nous avons jugé bon d'étudier la pertinence de d'autres fonctions.

Nous avons tenté d'exploiter d'autres fonctions pour modéliser la température de l'eau par rapport à la température de l'air. Une fonction du troisième degré (Figure 5) nous a d'abord semblé efficace et peu compliquée.

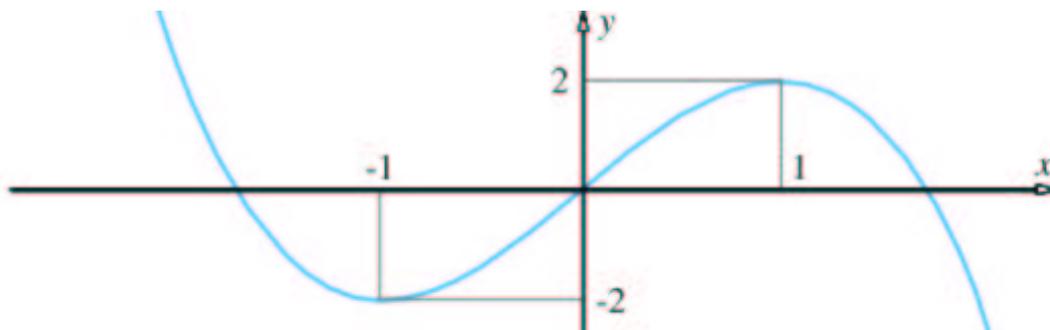


Figure 5. : Fonction polynomiale du troisième degré

Il est facile d'imaginer qu'en étirant l'axe des X ($\text{Dom } f = [- 1, 1]$) nous pourrions retrouver une partie de la fonction sigmoïde utilisée pour ce genre d'études. En plus, en appliquant une double dérivée sur une fonction du troisième degré il est facile de retrouver son point d'inflexion :il suffit d'identifier les limites de l'axe des Y ($\text{Dom } f = [- 2, 2]$ pour cet exemple). Cette fonction présente par contre des caractéristiques rendant impossible son utilisation. Principalement, lorsque que cette fonction atteint son maximum ou son minimum elle change de sens. Ce qui est tout à fait contraire aux

comportements physiques de l'eau avec l'air ambiant. En effet, à cet instant la courbe devrait se comporter de façon asymptotique et ne pas changer de sens.

Nous avons également essayé la fonction *sinus* mais nous avons rencontré les mêmes difficultés d'utilisation, en raison de l'inversion du sens. Par contre, la fonction *arctangente* (Figure 6) pourrait être analysée plus en détails car elle représente plusieurs similarités avec la fonction logistique utilisée par Mosheni et al (1998).

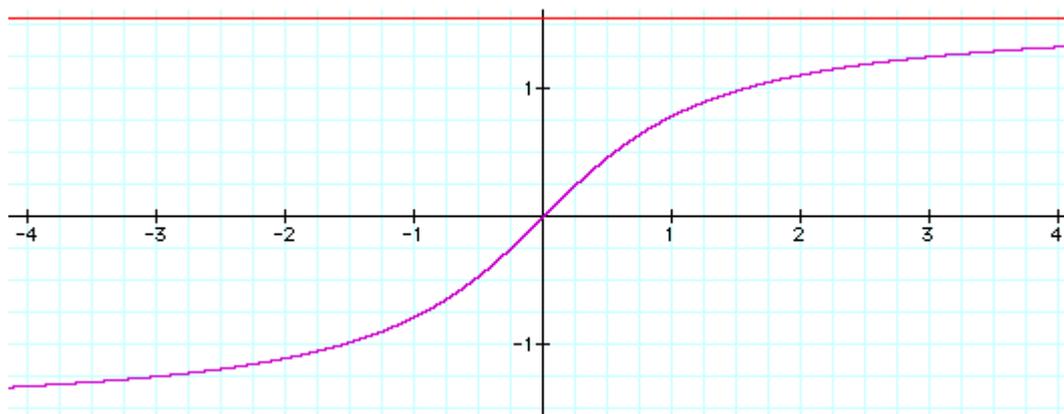


Figure 6. : fonction trigonométrique inverse (*arc tg*)

8. Phénomène d'hystérésis

Il est important de mentionner que la plus grande déviation observée de la fonction non linéaire apparaît lors des saisons intermédiaires (printemps et automne) lorsque la température de l'air se trouve comprise entre 0°C et 12°C. La température de l'eau est affectée par plusieurs variables climatiques. Ainsi, lors de ces périodes, la température de l'air varie brusquement et provoque un déphasage avec la température de l'eau. Ceci nous amène à regarder le phénomène d'hystérésis lors d'un tracé des températures moyennes hebdomadaires de l'eau en fonction des températures de l'air.

La figure 7 représente un cas d'hystérésis avec seulement douze données de température de l'eau, provenant de la station météorologique 165020 pendant l'année 1995. Les points ont été reliés de façon chronologique tout au long de cette année. D'un côté, les deux fonctions tendent à se réunir en une seule vers les mois les plus froids et de l'autre, elles se distinguent durant les mois les plus chauds, l'écart entre les deux représente $\pm 2^\circ\text{C}$. Sur les six autres années analysées à la même station, seulement la série de 1993 représente deux fonctions bien parallèles, démontrant un

écart de $\pm 1.7^{\circ}\text{C}$. Les autres années sont presque indissociables et présentent des écarts variant de $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$ à $\pm 1.0^{\circ}\text{C}$.

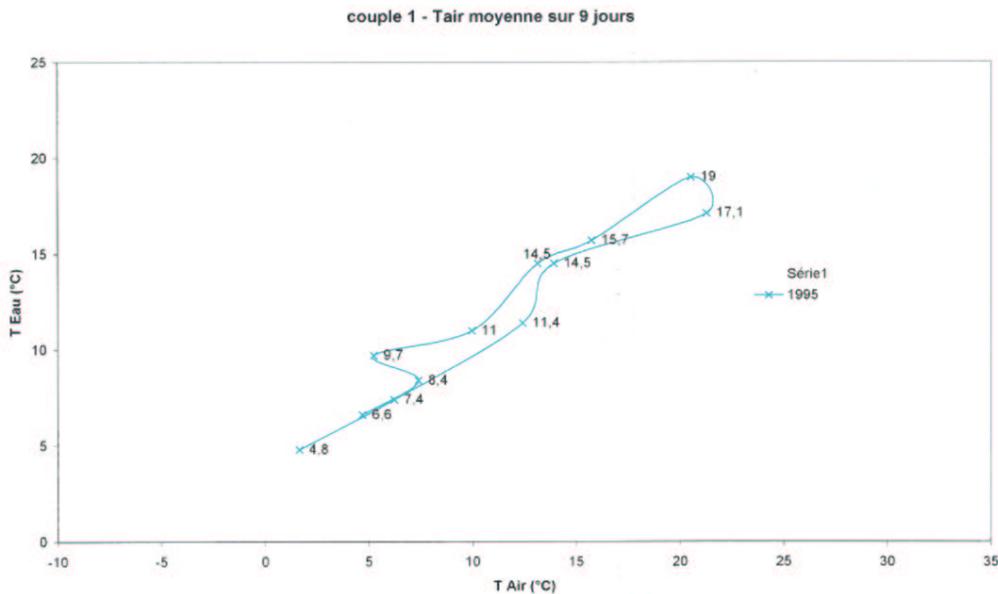


Figure 7. :Exemple d'hystérésis sur le couple 1 en 1995

Une étude autrichienne a démontré que sur quatre-vingt dix années d'analyse, la présence d'hystérésis était due à la fonte des neiges. Ceci pourrait expliquer pourquoi seule une année sur sept présente une hystérésis, puisque la présence de neige est très rare dans le bassin de la Seine. Il faut cependant noter que nous n'avons testé ce phénomène que pour une station parmi 23, mais qu'il aurait sans doute été difficile de montrer convenablement la présence d'hystérésis en raison du climat plus favorable et du manque de données des températures de l'eau.

Le modèle de Mosheni permet de distinguer cette perturbation par hystérésis. Pour ce faire, la température hebdomadaire de l'eau est simulés en intégrant deux fonctions distinctes, la montée et la baisse des températures. En combinant ces deux fonctions, il obtient un coefficient de corrélation supérieur à 0.90.

9. Conclusion

Dans le travail présenté dans ce mémoire, nous avons pu tester différents modèles stochastiques de la température de l'eau en fonction de celle de l'air au pas de temps décadaire. Nous avons réalisé ce test dans le bassin de la Seine avec 29 stations. Les résultats ont été plutôt satisfaisants (coefficient de corrélation toujours supérieur à 0.75)

en dépit d'un nombre de données trop restreint. Sous réserve de pouvoir généraliser ce travail, on peut même espérer pouvoir utiliser ce modèle pour prévoir ce que pourrait devenir le régime des températures du cours d'eau dans le cas d'un réchauffement atmosphérique sensible dû, par exemple, à l'augmentation de la teneur en CO₂ dans l'atmosphère.

Ce travail préparatoire devrait aussi permettre d'alerter les intervenants concernés par le respect de l'environnement en présentant des données objectives, validées scientifiquement et ne souffrant pas d'un intervalle de confiance trop grand. On peut alors espérer provoquer ainsi la prise des mesures conservatoires indispensables. Après une étude statistique plus fine reposant sur le modèle testé ici, ce travail pourrait ainsi être suivi par la proposition de ces mesures conservatoires ainsi que par leur mise en oeuvre. Si certaines de ces mesures passent par des modifications de comportements sociaux et industriels qu'il est difficile d'espérer voir évoluer dans un avenir proche en raison de leur coût économique, d'autres pourraient être beaucoup plus simples à mettre en oeuvre tout en ayant certainement un impact notable sur la portée des phénomènes mis en lumière. On peut par exemple citer la plantation de frondaisons ombragées qui pourraient, en réduisant l'impact direct des rayons solaires sur l'eau réduire sensiblement l'augmentation de sa température.

Remerciements

Pour leur aide, le temps qu'il m'ont accordé et leur amitié : Agnès Ducharne, Sylvain Théry, Bruno Arfib, Jean-Baptiste Touchard. MERCI.

Bibliographie

Billen, G., Garnier, J. et Hanset, P., Modelling of phytoplankton development in whole drainage networks: the RIVERSTRAHLER model applied to the Seine river system, *Hydrobiologia* 289: 119-137, 1994.

Caissie, D., El-Jabi, N. et St-Hilaire, A., Stochastic modelling of water temperature in a small stream using air to water relations, *Can. J. Civ. Eng.* 25, 250-260, 1998.

Caissie, D., El-Jabi, N. et Satish, M.G., Modelling of maximum daily water temperature in a small stream using air temperatures, *Journal of Hydrology* 251, 14-28, 2001.

Froment, E. et Larente, G., *Memo Math*, édition Mondia, 1990, ISBN : 2-89114-414-7.

IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change), *Third Assessment Report - Climate Change 2001, The scientific basis*, Cambridge University Press, 2001.

Marceau, P., Cluis, D., et Morin, G., Comparaison des performances relatives à un modèle déterministe et à un modèle stochastique de température de l'eau en rivière, *Can. J. Civ. Eng.* 13, 352-364, 1986.

Mégrien, C., *Synthèse géologique du bassin de Paris, vol.1, stratigraphie et paléogéographie*. Mémoire BRGM nu.101, 1980.

Mohseni, O., et Stefan, H.G., Stream temperature/air temperature relationship: a physical interpretation, *Journal of Hydrology* 218, 128-141, 1999.

Mohseni, O., Stefan, H.G. et Erickson, T.R., A nonlinear regression model for weekly stream temperatures, *Water Res. Res.*, 10, 2685-2692, 1998.

Stephan, H.G. et Preud'homme, E.B., Stream temperature estimation from air temperature, *Water Res. Res.*, 29, 27-45, 1993.